USO DE SISTEMA ALGEBRAICO DE CÓMPUTOS PARA CONSTRUIR SIGNIFICADO

BERTOSSI, Valeria; LAZZARONI, Esteban; DE SANTIS, Eduardo
Facultad Regional Santa Fe – Universidad Tecnológica Nacional
Lavaisse 619 (CP 3000) Santa Fe, Santa Fe, Argentina.
valeriabertossi@live.com.ar

Palabras claves: SAC (Sistema Algebraico de Cómputo) – Matemática – Aprendizaje

RESUMEN

En este trabajo presentamos una experiencia que da cuenta del uso de las nuevas tecnologías, desarrollada colaborativamente por docentes y becarios del proyecto "El Uso de SAC, Análisis de su Incidencia en la Comprensión de Matemática en Carreras de Ingeniería de la FRSF". La misma tiene por objetivo visualizar y construir el algoritmo de cálculo de integrales dobles.

Finalmente, desde nuestra posición de alumnos involucrados en actividades de investigación y desarrollo, valoramos la propuesta desde la visión de la Enseñanza para la Comprensión (EpC)[1].

INTRODUCCIÓN.

Un punto de partida para trabajar contextos significativos, que permitan la comprensión, es instalar interrogantes y trabajar con ellos. La clave está en plantear conflictos que despierten la curiosidad del que aprende, que permitan poner de manifiesto sus concepciones y que fomenten la búsqueda de caminos de resolución.

Bruner[2] propone que el profesor proporcione situaciones problemáticas que estimulen al alumno a descubrir por sí solo la estructura de la asignatura, o sea, las ideas fundamentales y las relaciones o esquemas de la misma. Postula un aprendizaje inductivo: de lo simple a lo complejo, de lo concreto a lo abstracto y de lo específico a lo general. En este esquema de aprendizaje por descubrimiento, el profesor (o el material didáctico) ofrece preguntas intrigantes, situaciones desconcertantes o problemas interesantes. En lugar de explicar cómo resolver un problema, es preferible proporcionar el material adecuado y estimular a los alumnos para que hagan observaciones, formulen hipótesis y pongan a prueba soluciones. Este aprendizaje por descubrimiento necesita tanto del pensamiento analítico como del intuitivo.

OBJETIVOS

El proyecto en el que se enmarca este trabajo tiene por objetivo:

- Diseñar secuencias didácticas con SAC en el área de matemática.
- Elaborar material de estudio que, utilizando SAC, considere la especificidad de cada ingeniería.
- Explorar y comparar la comprensión de los alumnos cuando se utilizan materiales didácticos tradicionales y cuando se incorpora el empleo de recursos informáticos.

El objetivo particular que se aborda en esta comunicación es socializar una aplicación realizada con el software Mathematica. Consideramos que la misma tiene la potencialidad de intuir el algoritmo de cálculo de integrales dobles en regiones generales a partir del que lo hace en regiones rectangulares. Nuestra intención es propiciar el aprendizaje significativo comenzando por un aprendizaje inductivo para pasar a uno deductivo.

MATERIALES Y MÉTODOS

Los docentes y becarios participantes del proyecto nos preguntamos: ¿Cómo ayudar a mejorar la comprensión de tópicos importantes de matemática? ¿Pueden las nuevas tecnologías propender didácticamente a la comprensión de conceptos matemáticos?
Éste es un estudio de carácter cualitativo debido a que intentamos explicar un proceso: la construcción de significados usando Ntic´s, enfoque metodológico que se basa en un esquema experimental sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza.
Dado que la experiencia se inscribe dentro de la ingeniería didáctica, su validación es en esencia interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori. La misma abarca la población constituida por los alumnos de la carrera Ingeniería en Sistemas de Información de la Facultad Regional Santa Fe de la Universidad Tecnológica Nacional.
Los conceptos involucrados, integrales dobles en regiones rectangulares (Ecuación 1) y generales, son desarrollados utilizando la bibliografía de la cátedra, de Stewart[3].

La Integral doble de f sobre un rectángulo R es

$$\iint_R f(x,y)dA = \lim_{n,m\to\infty} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} f(x_{ij}^*; y_{ij}^*)\Delta A$$

si el límite existe

Ecuación 1. Definición de integral doble sobre una región rectangular.

En la introducción del concepto de integrales dobles el autor hace énfasis (le dedica toda una sección) en el cálculo aproximado de una integral doble sobre una región $[a,b] \times [c,d]$ mediante la aproximación que se muestra en la Ecuación 2.

$$\iint_R f(x,y)dA \cong \sum_{i=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} f(x_{ij}^*; y_{ij}^*)\Delta A$$

Ecuación 2. Aproximación de una integral doble sobre una región rectangular.

Usando el soft Mathematica se calculan dobles sumatorias, y con el pretexto de eficiencia, junto a los alumnos de Ingeniería en Sistemas se construye luego el algoritmo mostrado en la Figura 1, donde se usa el punto medio de R_{ij}, y en el que se puede variar fácilmente la función, recinto de integración y cantidad de subintervalos.

```
f[x_, y_] := √(1 + x e^-y) ; n = 16; m = 16;
xi := 0; xf := 1; yi := 0; yf := 1
Δx := (xf - xi)/n ; Δy := (yf - yi)/m
Sum_{i=1}^{n} Sum_{j=1}^{m} f[xi + 0.5 Δx + (i - 1) Δx, yi + 0.5 Δy + (j - 1) Δy] Δx Δy
```

Figura 1. Algoritmo.

Luego, los alumnos lo manipulan y transforman para responder las consignas de los distintos ejercicios, como los que se muestran en la Figura 2.

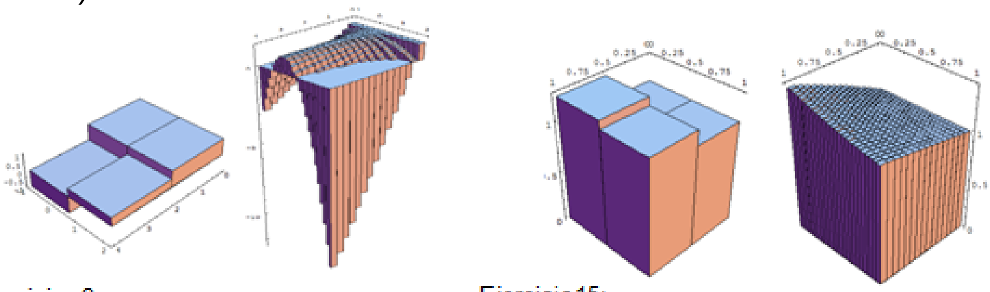
2- Si R=[0,4]x[-1,2] use la Suma Riemann con m=2 y n=3 para estimar el valor de $\iint_R (1 - x\, y^2)dA$. Tome de punto muestra: a) el punto de ángulo inferir derecho y b) el superior izquierdo de cada rectángulo.

15- Use una calculadora programable o computadora para estimar $\iint_R \sqrt{1 + xe^{-y}}dA$, donde R=[0,1]x[0,1] . Use la regla del punto medio, con los siguientes números de cuadrados de igual tamaño: 1, 4, 16, 64, 256, 1024

Figura 2. Ejercicios planteados.

Tablas generadas con el SAC permiten intuir que se necesitan valores "grandes" de n y m para que las sumas parciales evaluadas usando distintos criterios en la elección del punto $(x_{ij}^* ;\ y_{ij}^*)$ "se parezcan", aunque no sucede lo mismo con las del ejemplo 15.

Las interpretaciones gráficas de la Figura 3 son contundentes para generar las respuestas, las que relacionan los nuevos contenidos (propiedades de las integrales dobles) con los ya desarrollados (extremos absolutos en regiones cerradas y acotadas).



Ejercicio 2:

$n = m = 2 \quad I \cong -7{,}5\ (punto\ medio)$
$n = 15, m = 20 \quad I \cong -11{,}95\ (punto\ medio)$
$n = 15, m = 20 \quad I \cong -8{,}80\ (der, abajo)$
$n = 15, m = 20 \quad I \cong -12{,}16\ (izq, arriba)$

Ejercicio 15:

$n = m = 2 \quad I \cong 18{,}63\ (punto\ medio)$
$n = 15; m = 20 \quad I \cong 18{,}64\ (punto\ medio)$
$n = 15; m = 20 \quad I \cong 18{,}64\ (der, abajo)$
$n = 15; m = 20 \quad I \cong 18{,}64\ (izq, arriba)$

Figura 3. Ejercicios resueltos.

Finalmente, con la idea de calcular un volumen se solicita que los estudiantes diseñen alguna estrategia que "corrija" el algoritmo para poder estimar el valor de una integral definida en una región ya no rectangular (Figura 4). El objetivo es que se vislumbre la sutil y necesaria transformación a realizar en la función a integrar.

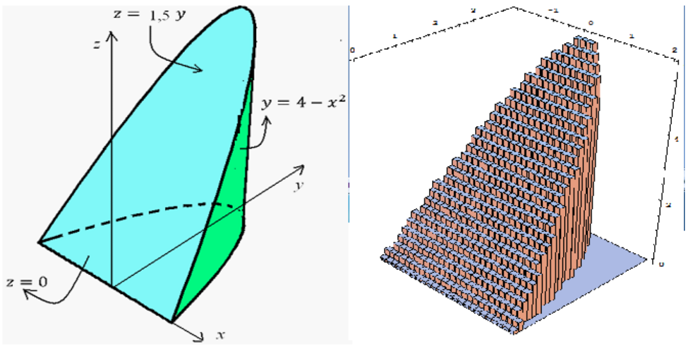


Figura 4. Ejercicio planteado.

RESULTADOS

El concepto de comprensión en sí mismo supone múltiples interpretaciones. La EpC asume que comprender es poder llevar a cabo una diversidad de acciones (desempeños) que demuestre que uno entiende el tópico a la vez que amplía su conocimiento del mismo y lo utiliza de una forma innovadora. Luego, la comprensión no es nunca completa y acabada. Para describir las cualidades de la comprensión, de tal manera que sean respetuosas de la especificidad de la disciplina y a la vez válidas en diferentes dominios, el marco destaca cuatro dimensiones de este constructo y caracteriza para cada una de ellas cuatro niveles de desempeños de comprensión.

La dimensión de los Contenidos evalúa el nivel hasta el cual los alumnos han trascendido las perspectivas intuitivas o no escolarizadas y el grado hasta el cual pueden moverse con flexibilidad entre ejemplos y generalizaciones en una red conceptual coherente y rica. La de los Métodos evalúa la capacidad de los alumnos para el uso de métodos confiables al construir y validar afirmaciones. La de los Propósitos evalúa el potencial de los alumnos para reconocer los propósitos e intereses que orientan la construcción del conocimiento y su capacidad para usar este conocimiento en múltiples situaciones. La dimensión de las Formas de Comunicación evalúa el dominio de los tipos de comunicación, el uso de sistemas de símbolos y la

consideración del contexto para expresar lo que se sabe. Los desempeños de comprensión ingenua (I): basados en conocimientos intuitivos, como un proceso no problemático, generalmente poco reflexivos y no estructurados. Los desempeños de comprensión de principiante (P): basados en procedimientos mecanizados; la validación de un trabajo depende más de la autoridad externa. Los desempeños de comprensión de aprendiz (A): basados en conocimientos y modos de pensar disciplinarios y demuestran un uso flexible de conceptos; con apoyo, los alumnos pueden detectar la relación en situaciones cotidianas. Los desempeños de comprensión de maestría (M): son integradores, creativos, autorregulados, críticos y transferibles a otro contexto.
Consideramos que la inclusión de los SAC influye de manera muy especial en la dimensión de los Métodos y en la de las Formas de Comunicación. Manipular un algoritmo exige previamente un alto nivel de comprensión de los contenidos y de los propósitos, debido a que se debe diseñar un conjunto de sentencias que resuman el plan concebido (el que no debe tener ambigüedades ni incoherencias).
Ayudantes de cátedra, becarios y tutores estamos abocados a la tarea de la construcción del instrumento que nos permita caracterizar la comprensión de nuestros estudiantes en el contenido "integrales múltiples", luego de utilizar los materiales descriptos. En la Tabla 1 se muestra, a modo de ejemplo, la dimensión de las Formas de Comunicación.

De las Formas de Comunicación	¿Es capaz de expresar en forma oral y escrita los procedimientos utilizados para resolver los ejemplos propuestos?	I	Suele resolver la situación, pero tiene limitaciones para explicar los procedimientos empleados.
		P	Mediante la demostración explica los procedimientos empleados.
		A	En forma oral o escrita puede dar a conocer los procedimientos utilizados, justificando las estrategias que ha descartado.
		M	Fundamenta sus procedimientos en forma oral y/o escrita utilizando el vocabulario rico y pertinente.

Tabla 1. Instrumento para evaluar la dimensión de las Formas de Comunicación.

A futuro, durante la cursada 2014, se prevé aplicar este instrumento a toda la población bajo estudio y relacionar los resultados académicos de cada alumno con el nivel de desempeño propiciado por el uso del material.

CONCLUSIONES

En el año 2003 el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) expresó que la tecnología es una herramienta básica para la enseñanza y el aprendizaje efectivo, amplía los contenidos que se pueden enseñar y mejora el aprendizaje.
Consideramos que esta experiencia tiene una cualidad interdisciplinaria que constituye un valioso aporte para los alumnos de Ingeniería en Sistemas, ya que pueden aplicar sus conocimientos de programación en el aprendizaje de la matemática.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Stone Wiske, M. (comp.). (1999). *La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*. Buenos Aires. Paidós.
[2] Bruner, J.S. (1990). Actos de significado. Madrid. Editorial Alianza.
[3] Stewart, J. (2008). *Cálculo de varias variables. Trascendentes tempranas. 6º edición*. México. CENGAGE Learning.